# Блок 5. Остатки и уравнения в целых числах

## *Интернет-карусель (2022–2023)*

### Задания

1. Люда пошла на почту и купила на 100 рублей 40 почтовых марок для писем. Это марки по 1 рублю, 4 рубля и по 12 рублей. Сколько марок ценой 4 рубля купила Люда?
2. Сколько существует трехзначных чисел, которые в 14,5 раз больше суммы своих цифр?
3. Сколько существует пар двузначных (натуральных) чисел $(a; b)$, для которых выполнено соотношение
$$\frac{2}{2+\frac{3}{4+a}} = \frac{3}{3+\frac{2}{1+b}}?$$
4. Укажите наименьшее 4-значное (натуральное) число, в записи которого нет цифры «1», а среднее арифметическое цифр более 1,5, но менее 2.
5. В клетчатом прямоугольнике 25x40 проведена диагональ, на которой отмечены все ее точки пересечения со сторонами клеток, включая вершины прямоугольника. Сколько всего точек отмечено?
6. На вечер знакомств собрались мужчины и женщины, всего не более 30 человек. Женщин было больше и за вечер каждая из них познакомилась с тремя мужчинами. Есть четверо мужчин, каждый из которых познакомился с одной женщиной. Каждый из остальных мужчин познакомился с пятью женщинами. Сколько мужчин было на вечере?
7. Среди пар целых чисел (x; y), удовлетворяющих условию $4x - 3y = 11$, есть такие, что отношение суммы $x + y$ к разности $x - y$ является целым числом. Сколько таких пар?
8. Новогодний подарок — это коробка с карамельками и мармеладками — всего не более 60 штук. Сначала число мармеладок относилось к числу карамелек как 2 : 3. После того, как Лёня съел из коробки 13 штук (карамелек и мармеладок) число мармеладок к числу карамелек стало относиться как 4 : 5. Сколько мармеладок было в подарке первоначально?
9. Фишка стоит на одном из полей бесконечной в обе стороны клетчатой полоски бумаги. За один ход её можно сдвинуть либо на 20 полей вправо, либо на 23 поля влево. После какого наименьшего числа ходов фишка может оказаться в клетке, соседней со стартовой?



Международные соревнования «Интернет-карусели»
Карусель-кружок. Математика 8
2022–2023 учебный год

10. На дворе гуляли мальчики, девочки и собачки, причем число последних составляло 20 % от всех гуляющих во дворе. Потом прибежали несколько девочек, и теперь уже число девочек оказалось равно 20 % от всех гуляющих. Сколько прибежало девочек, если теперь во дворе гуляет 62 ребенка?
11. Банковский аппарат может выдавать только купюры по 5, 7 и 57 тугриков. Василий получил из автомата 2023 тугрика. Какое наименьшее количество купюр мог выдать Василию автомат?
12. Банковский аппарат может выдавать только купюры по 5, 7 и 57 тугриков. Василий получил из автомата 2018 тугриков. Какое наименьшее количество купюр мог выдать Василию автомат?
13. Пара натуральных чисел (x; y) такова, что $2x^2 + xy = 3y^2 + 2023$. Найдите сумму $x+y$.
14. Алексей два дня подряд ходил на рыбалку и поймал всего 80 рыб. Караси в первый день составили 5/9 всего улова, а во второй день — 7/11 всего улова. Сколько карасей за эти два дня поймал Алексей?
15. Алексей два дня подряд ходил на рыбалку и поймал всего $N$ рыб. Караси в первый день составили 4/9 всего улова, а во второй день — 7/11 всего улова. Караси в улове составили ровно половину. При каком наименьшем $N$ такое возможно?