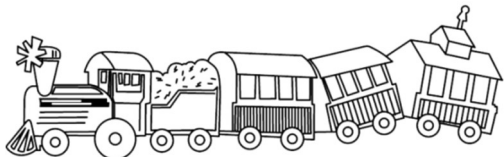


Блок 1. Задачи на движение

Подготовительное занятие



- Первоклассники Антон, Боря, Вася и Гена соревнуются в беге на 300 метров. Антон побежит со скоростью 110 м/мин, Боря — 0,1 км/мин, Вася — 2 м/с, Гена — 5 км/ч. В каком порядке финишируют ребята?
 - Расстояние между Атосом и Арамисом, скачущими по одной дороге, равно 20 лье. За час Атос покрывает 4 лье, а Арамис — 5 лье. Какое расстояние будет между ними через час?
 - Поезд ехал со скоростью 60 км/ч. Какова длина поезда, если мимо столба поезд проезжает за полминуты?
 - Катер плыл вверх по течению реки к деревне. По дороге встретился плот, на котором плыл Вова, а через полчаса катер приплыл в деревню и сразу поехал обратно. Через какое время катер догонит плот Вовы?
- Таракан Валентин объявил, что умеет бегать со скоростью 50 м/мин. Ему не поверили, и правильно: на самом деле Валентин всё перепутал и думал, что в метре 60 сантиметров, а в минуте 100 секунд. С какой скоростью (в «нормальных» м/мин) бегают таракан Валентин?
 - Петя и Вася одновременно стартуют из одной точки в одном направлении по круговой дорожке стадиона. Длина дорожки — 300 метров. Скорость Пети 10,5 км/ч, скорость Васи — 7,5 км/ч.
 - Через какое время Петя впервые догонит Васю?
 - Через какое время Петя и Вася впервые поравняются (встретятся) на месте старта?
 - Андрей ведет машину со скоростью 120 км/ч. Он хочет проезжать каждый километр на полминуты медленнее. На сколько км/ч ему нужно уменьшить скорость?

- Ваня идёт от своей деревни до деревни Маши ровно 2 часа. Маша идёт от своей деревни до деревни Вани ровно 3 часа. Через сколько встретятся Ваня и Маша, если выйдут одновременно из своих деревень навстречу друг другу?
 - Лошадь съедает копну сена за 2 суток, корова — за 3 суток. За какое время копну сена съедят лошадь и корова вместе?
- Машинист увидел столб с указанием, что надо поднять скорость до 60 км/ч. Этот столб поезд проехал за минуту. Через час появился столб с указанием, что скорость должна стать 45 км/ч. За сколько минут поезд проедет этот столб?
- Электропоезд длиной 18 метров проезжает мимо столба за 9 секунд. Сколько времени ему понадобится, чтобы проехать мост длиной 36 метров?
- Миша и Костя одновременно прыгнули с плавущего по реке плота и поплыли в разные стороны: Миша — по течению, а Костя — против течения. Через пять минут они развернулись и вскоре вновь оказались на плоту. Кто из них вернулся раньше?

Каждый из пловцов плывет с постоянной собственной (без учёта течения) скоростью, причём скорости пловцов могут быть не равны.
- На видимой части эскалатора 400 ступенек. Когда Витя спускался на эскалаторе (по ходу движения) со скоростью 2 ступеньки в секунду, то он насчитал 200 ступенек. Сколько ступенек Витя насчитает, если будет идти со скоростью 3 ступеньки в секунду (в ту же сторону)?

Блок 1. Задачи на движение

Подготовительное занятие. Указания, ответы и решения

Этот блок занятий посвящен решению текстовых задач на движение. Будут разобраны задания, решение которых возможно «по действиям», то есть без составления уравнений.

В процессе проведения занятия стоит вспомнить, как преобразуются единицы измерения скоростей, понятия скорости сближения и скорости удаления, скорости течения и собственной скорости при движении по реке.

Предлагаем задачи, которые полезно обсудить с ребятами в начале занятия. В них демонстрируются идеи, помогающие решить последующие задания. В данном случае лучше рассмотреть их по одной, так как для самостоятельного решения они могут быть не очень просты.

- Первоклассники Антон, Боря, Вася и Гена соревнуются в беге на 300 метров. Антон побежит со скоростью 110 м/мин, Боря — 0,1 км/мин, Вася — 2 м/с, Гена — 5 км/ч. В каком порядке финишируют ребята?

Ответ: первым — Вася, вторым — Антон, третьим — Боря, четвёртым — Гена.

Решение. Переведём скорости в одни единицы измерения, например, в км/ч.
Антон 110 метров пробегает за 1 минуту, значит, за 60 минут пробегает $110 \cdot 60 = 6600$ метров или 6,6 км. Его скорость равна 6,6 км/ч.

Боря пробегает 0,1 км за 1 минуту, значит, за 60 минут пробегает $0,1 \cdot 60 = 6$ км. Его скорость равна 6 км/ч.

Вася преодолевает 2 метра за секунду, то за минуту $2 \cdot 60 = 120$ метров, а за час — $120 \cdot 60 = 7200$ метров = 7,2 км. Его скорость равна 7,2 км/ч.

Скорость Гены 5 км/ч.

Быстрее всех оказался Вася, затем — Антон, потом — Боря, последним — Гена.

- Расстояние между Атосом и Арамисом, скачущими по одной дороге, равно 20 лье. За час Атос покрывает 4 лье, а Арамис — 5 лье. Какое расстояние будет между ними через час?

Подсказка. Мушкетёры скачут в одну или в разные стороны? Об этом ничего не сказано.

Ответ. 11 лье, 19 лье, 21 лье или 29 лье.

Решение. Мушкетёры могли ехать:

- (1) в разные стороны, навстречу друг другу;
- (2) в разные стороны, удаляясь друг от друга;
- (3) в одну сторону — Атос за Арамисом;

(4) в одну сторону — Арамис за Атосом.

В случае (1) за час расстояние уменьшится на $4 + 5 = 9$ лье и составит $20 - 9 = 11$ лье. В случае (2) за час расстояние увеличится на $4 + 5 = 9$ лье и составит $20 + 9 = 29$ лье. В случае (3) за час расстояние увеличится на $5 - 4 = 1$ лье и составит $20 + 1 = 21$ лье. В случае (4) за час расстояние уменьшится на $5 - 4 = 1$ лье и составит $20 - 1 = 19$ лье.

Значит, в задаче четыре разных ответа, указанные выше.

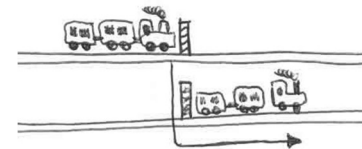
- Поезд ехал со скоростью 60 км/ч. Какова длина поезда, если мимо столба поезд проезжает за полминуты?

Подсказка. Нарисуйте момент, когда поезд начал проезжать мимо столба и момент, когда он закончил проезжать мимо столба.

Замечание к условию. Толщину столба считаем равной нулю.

Ответ: 500 метров.

Решение. Пока поезд едет мимо столба, он преодолевает расстояние, равное длине поезда (это можно понять по картинке, показанной справа). Так как $60 \text{ км/ч} = 1000 \text{ м/мин}$, то за полминуты поезд проедет 500 метров, что равно длине поезда.



Комментарий. При решении задач № 5 и № 6 для понимания происходящего полезно рисовать такие же картинки.

- Катер плыл вверх по течению реки к деревне. По дороге встретился плот, на котором плыл Вова, а через полчаса катер приплыл в деревню и сразу поехал обратно. Через какое время катер догонит плот Вовы?

Замечание к условию. Скорость катера туда равна разности собственной скорости и скорости течения, а обратно — сумме этих скоростей. Скорость плота равна скорости течения.

Ответ: так же через полчаса.

Решение. Относительно Вовы катер удалялся и приближался с одной скоростью. Значит, на дорогу туда (к деревне) уйдёт столько же времени, сколько и на дорогу обратно.

Вторая часть занятия — самостоятельное решение задач «с номерами».

1. Таракан Валентин объявил, что умеет бегать со скоростью 50 м/мин. Ему не повезло, и правильно: на самом деле Валентин всё перепутал и думал, что в метре 60

сантиметров, а в минуте 100 секунд. С какой скоростью (в «нормальных» м/мин) бегают таракан Валентин?

Ответ: 18 м/мин.

Решение. Валентин пробегает $50 \cdot 60 = 3000$ см за 100 с, то есть его скорость 30 см/с, что составляет 18 м/мин.

Источник: Математический праздник (6 класс, 2005 год, задача № 1).

2. Петя и Вася одновременно стартуют из одной точки в одном направлении по круговой дорожке стадиона. Длина дорожки — 300 метров. Скорость Пети 10,5 км/ч, скорость Васи — 7,5 км/ч.

(а) Через какое время Петя впервые догонит Васю?

(б) Через какое время Петя и Вася впервые поравняются (встретятся) на месте старта?

(а) Ответ: через 6 минут.

Решение. Спортсмены встречаются, когда первый обгоняет второго на целый круг. Для удобства переведем данные скорости в м/мин:
 $10,5 \text{ км/ч} = 175 \text{ м/мин}$, $7,5 \text{ км/ч} = 125 \text{ м/мин}$.

Скорость сближения равна $175 - 125 = 50$ м/мин. Обгон на целый круг произойдет через $300 \text{ м} : 50 \text{ м/мин} = 6$ мин.

(б) Ответ: через 12 минут.

Решение. Из решения пункта (а) следует, что Петя догоняет Васю каждые 6 минут. Через 6 минут Вася пробежит $125 \cdot 6 = 750$ метров — это два с половиной круга. Он встретится с Петей не на линии старта. Еще через 6 минут Вася преодолеет $750 \cdot 2 = 1500$ метров — ровно 5 кругов. Значит, в этот момент Петя и Вася встретятся уже на линии старта.

3. Андрей ведет машину со скоростью 120 км/ч. Он хочет проезжать каждый километр на полминуты медленнее. На сколько км/ч ему нужно уменьшить скорость?

Решение. Машина за 60 минут проезжает 120 км, то есть 1 км проезжает за $60 : 120 = 0,5$ минуты. Значит, Андрей хочет 1 км проезжать за $0,5 + 0,5 = 1$ минуту, то есть 60 км за 60 минут. Значит, скорость должна стать 60 км/ч.

Нужно увеличить скорость на $120 - 60 = 60$ км/ч.

Комментарий. Обсудите с учениками следующий вопрос.

Андрей ведет машину со скоростью 60 км/ч. Он хочет проезжать каждый километр на 1 минуту быстрее. На сколько км/ч ему следует увеличить скорость?

Ответ: ему это не удастся.

Решение. Андрей на километр тратит только минуту времени, поэтому на минуту быстрее проехать километр не получится.

4. (а) Ваня идет от своей деревни до деревни Маши ровно 2 часа. Маша идет от своей деревни до деревни Вани ровно 3 часа. Через сколько встретятся Ваня и Маша, если выйдут одновременно из своих деревень навстречу друг другу?

(а) Ответ: 1 час 12 минут.

Решение. Ваня за 6 часов проходит три расстояния между деревнями, Маша за 6 часов — два расстояния, вместе — 5 расстояний. Значит, одно расстояние они проходят вместе за $6/5$ часа = 1 час 12 минут.

(б) Лошадь съедает копну сена за 2 суток, корова — за 3 суток. За какое время копну сена съедят лошадь и корова вместе?

(б) Ответ: 1 час 12 минут.

Решение. Лошадь за 6 часов съедает 3 копы сена, корова за 6 часов съедает 2 копы сена, вместе за 6 часов съедают $3 + 2 = 5$ копен. Значит, одну копну вместе съедят за $6/5$ часа = 1 час 12 минут.

Комментарий. Обратите внимание учеников, что задачи (а) и (б) одинаковы: роль расстояния играет роль копы сена, роль скорости — скорость поедания, совместное поедание — скорость сближения.

5. Машинист увидел столб с указанием, что надо поднять скорость до 60 км/ч. Этот столб поезд проехал за минуту. Через час появился столб с указанием, что скорость должна стать 45 км/ч. За сколько минут поезд проедет этот столб?

Ответ: 1 мин 20 с.

Решение. Со скоростью 60 км/ч = 1000 м/мин мимо столба за минуту проезжает поезд длиной 1000 м = 1 км. Значит, пока поезд едет мимо столба, он проезжает 1 км со скоростью 45 км/ч — это проходит за $1/45$ часа = $60/45$ минут = $4/3$ минуты = 1 минута 20 секунд.

Указание. Нарисуйте картинку, аналогичную схеме к решению задачи с точкой.

6. Электropоезд длиной 18 метров проезжает мимо столба за 9 секунд. Сколько времени ему понадобится, чтобы проехать мост длиной 36 метров?

Ответ: 27 с.

Решение. Поезд проезжает 18 метров за 9 секунд. Проехать мост — всё равно, что проехать длину моста и столб, стоящий в конце моста. Значит, поезду надо проехать $(36 + 18) \text{ м} = (18 \cdot 3) \text{ м}$, на что уйдёт $9 \cdot 3 = 27$ секунд.

Указание. Нарисуйте картинку, аналогичную схеме к решению задачи с точкой.

7. Миша и Костя одновременно прыгнули с плывущего по реке плота и поплыли в разные стороны: Миша — по течению, а Костя — против течения. Через пять минут они развернулись и вскоре вновь оказались на плоту. Кто из них вернулся раньше?

Каждый из пловцов плывет с постоянной собственной (без учёта течения) скоростью, причём скорости пловцов могут быть не равны.

Ответ: пловцы вернулись одновременно.

Решение. С точки зрения человека, находящегося на плоту, каждый пловец всегда плывет со своей собственной скоростью и туда, и обратно, независимо от того, плывет он по течению или против него. По условию каждый пловец плыл 5 минут, удаляясь от плота. Значит, каждому потребуется ещё 5 минут, чтобы вернуться обратно.

8. На видимой части эскалатора 400 ступенек. Когда Витя спускался на эскалаторе (по ходу движения) со скоростью 2 ступеньки в секунду, то он насчитал 200 ступенек. Сколько ступенек Витя насчитает, если будет идти со скоростью 3 ступеньки в секунду (в ту же сторону)?

Ответ: 240 ступенек.

Решение. Относительно Вити ситуация выглядит так: он двигается, а тем временем ступеньки впереди «исчезают», уезжая вниз (за гребенку).

В первый раз Витя шёл $200 : 2 = 100$ секунд, за это время $400 - 200 = 200$ ступенек эскалатора «исчезли». Следовательно, ступеньки «исчезают» со скоростью $200 : 100 = 2$ ступеньки в секунду.

Во второй раз при скорости 3 ступеньки в секунду за 1 секунду будут пройдены 3 ступеньки, а «исчезнут» 2 ступеньки, всего 5 ступенек за секунду. Следовательно, Витя будет спускаться $200 : 5 = 80$ секунд, и насчитает $3 \cdot 80 = 240$ ступенек.