

Блок 12. Задачи про часы

Интернет-карусель (2019-2020). Условия задач

1. *Часы со стрелками.* Стрелки часов движутся медленнее, нежели нужно. В результате часы опаздывают на 1 минуту за полчаса. В начале не високосного года (1 января в 00:00) их поставили правильно. Сколько раз до конца года (31 декабря в 23:59) они будут показывать правильное время?
2. *Часовые пояса.* Когда в Иркутске полдень, в Гусеве 6 часов утра, а в Комсомольске-на-Амуре 14 часов. А когда в Златоусте полдень — в Елизово 18 часов, в Гусеве 9 часов утра. Сколько времени показывают часы в Комсомольске-на-Амуре, когда в Елизово полдень?
3. *Электронные часы.* Электронные часы показывают время от 00:00 до 23:59. Сколько можно написать пар чисел от 00 до 99, которые не могут появиться на этих часах? (Например, не могут появляться пары 59:01 или 09:61).
4. *Часы со стрелками.* Попав в Зазеркалье, Алиса поставила на своих часах (с двумя стрелками) верное время, после чего обе стрелки стали идти в обратную сторону. Сколько раз за сутки часы Алисы будут показывать правильное время?
5. *Электронные часы.* На электронных часах высвечиваются часы и минуты. Сколько показаний часов в течение суток (от 00:00 до 23:59), когда на них высвечивается ровно три одинаковые цифры, отличные от еще одной?
6. *Сломанные часы.* У Безумного Шляпника дома висят часы с двумя стрелками: часовая на них идет со скоростью минутной, минутная — со скоростью часовой. Кроме того, стрелки движутся в обратном направлении. Алиса ровно в 12:00 поставила на часах правильное время. Сколько раз за последующие сутки (до 12:00 следующего дня) часы Шляпника будут показывать верное время?
7. *Электронные часы.* На электронных часах высвечиваются часы и минуты от 00:00 до 23:59. Сколько показаний часов в течение суток, когда число минут больше числа часов?
8. *Сломанные часы.* Часы Оли идут медленнее, чем нужно: в течение часа отстают на 5 минут. В 12:00 к ней придут гости. Сейчас 6 часов утра. Какое время надо выставить на часах, чтобы ровно в полдень они показали верное время?
9. *Часовые пояса.* Рейс 608 "Аэрофлота" вылетает из Москвы в 12:00, а прилетает в Бишкек в тот же день в 18:00 (по местному времени). Обратный рейс 607 вылетает в 8:00, а прилетает в тот же день в 10:00. Сколько часов длится полет?

10. *Электронные часы.* На табло электронных часов высвечиваются часы и минуты. На часах четыре поля, цифры на них образованы святающимися палочками (длина каждой — сторона клетки, всего 28 палочек). Сколько сейчас времени, если светится наибольшее количество палочек?
11. *Часы с боем.* Двое часов с кукушкой начали кукукать количество часов одновременно. И те, и другие часы произносят «ку-ку» в течение одной секунды: первые — с перерывом в 2 секунды, вторые — в 3 секунды. Всего было слышно 15 «ку-ку». Если часы звучали одновременно, то это воспринималось как одно «ку-ку». Сколько секунд прошло от начала кукуканья до его конца?
12. *Сломанные часы.* У Машеньки часы отстают на 10 мин в сутки, а у Петеньки спешат на 8 мин в сутки. Сейчас их часы показывают одно и то же. Через сколько суток это впервые произойдет снова?
13. *Электронные часы.* Электронные часы показывают значения от 00:00 до 23:59. Лёничка обожает цифру 5, и радостно вопит, когда она есть на часах. Сколько минут может длиться самый долгий непрерывный Ленин вопль, связанный с часами?
14. *Электронные часы.* Каждый раз, когда число минут и часов на электронных часах одинаково, Маша загадывает желание. Однажды она варила борщ, который варится от полутора до 2 часов. Ставя борщ на плиту и снимая его с плиты, Маша смотрела на часы и загадывала желание. Сколько минут варился борщ?
15. *Электронные часы.* Сколько минут в сутках, когда на электронных часах одновременно высвечиваются цифры 5 и 9?

Блок 12. Задачи про часы

Интернет-карусель (2019-2020). Указания и решения

На интернет-карусели предлагались задания на разные математические идеи, объединённые тем, что все связаны с часами.

1. *Часы со стрелками.* Стрелки часов движутся медленнее, нежели нужно. В результате часы опаздывают на 1 минуту за полчаса. В начале не високосного года (1 января в 00:00) их поставили правильно. Сколько раз до конца года (31 декабря в 23:59) они будут показывать правильное время?

Ответ: 24.

Решение. Часы покажут правильное время, когда опоздают на 12 часов ($12 \cdot 60$ минут). Это произойдет за $12 \cdot 60 \cdot 1/2 = 12 \cdot 30$ часов. В году $365 \cdot 24$ часов, поэтому верное время будет $(365 \cdot 24) : (12 \cdot 30) = 24$ раза.

2. *Часовые пояса.* Когда в Иркутске полдень, в Гусеве 6 часов утра, а в Комсомольске-на-Амуре 14 часов. А когда в Златоусте полдень — в Елизово 18 часов, в Гусеве 9 часов утра. Сколько времени показывают часы в Комсомольске-на-Амуре, когда в Елизово полдень?

Ответ: 11:00.

Решение. Из второго условия, когда в Елизово полдень ($18 - 6 = 12$), в Гусеве — $9 - 6 = 3$ часа. Из первого условия, когда в Гусеве $6 - 3 = 3$ часа, в Комсомольске-на-Амуре $14 - 3 = 11$ часов.

3. *Электронные часы.* Электронные часы показывают время от 00:00 до 23:59. Сколько можно написать пар чисел от 00 до 99, которые не могут появиться на этих часах? (Например, не могут появляться пары 59:01 или 09:61).

Ответ: 8560.

Решение. Общее число пар чисел от 00 до 99 равно $100 \cdot 100$. Тех, что могут появиться на часах, столько же, сколько минут, то есть $24 \cdot 60$. Искомое количество равно $100 \cdot 100 - 24 \cdot 60 = 8560$.

4. *Часы со стрелками.* Попав в Зазеркалье, Алиса поставила на своих часах (с двумя стрелками) верное время, после чего обе стрелки стали идти в обратную сторону. Сколько раз за сутки часы Алисы будут показывать правильное время?

Ответ: 4.

Решение. Поставим рядом часы Алисы и правильные часы. В момент установки верного времени положения часовых стрелок одинаково. В следующий раз положения часовых стрелок будет одинаково через 6 часов после установки (каждая часовая стрелка сделает ровно по половине оборота). Разумеется, тогда совпадут и минутные стрелки. То есть правильное время часы Алисы будут показывать раз в 6 часов, за сутки $24 : 6 = 4$ раза.

5. *Электронные часы.* На электронных часах высвечиваются часы и минуты. Сколько показаний часов в течение суток (от 00:00 до 23:59), когда на них высвечивается ровно три одинаковые цифры, отличные от еще одной?

Ответ: 84.

Решение. Если одна из повторяющихся цифр — первая, то возможны случаи 00:0M, 00:M0, 04:00, 11:1M, 11:M1, 14:11, 22:2M, 22:M2, 24:22. В них соответственно 9, 5, 9, 9, 5, 9, 9, 5, 3 варианта, всего 63.

Остаются первая цифра — отличающаяся от остальных, то возможны случаи 40:00, 41:11, 42:22, 43:33, 44:44, 45:55 — это $2+2+2+3+2+2=13$ вариантов.

Итого $63 + 13 = 76$.

6. *Сломанные часы.* У Безумного Шляпника дома висят часы с двумя стрелками: часовая на них идёт со скоростью минутной, минутная — со скоростью часовой. Кроме того, стрелки движутся в обратном направлении. Алиса ровно в 12:00 поставила на часах правильное время. Сколько раз за последующие сутки (до 12:00 следующего дня) часы Шляпника будут показывать верное время?

Ответ: 26.

Решение. Часы будут показывать верное время тогда, когда часовая и минутная симметричны относительно вертикальной оси. Это происходит 13 раз за оборот: в 12:00, между 12:00 и 01:00, между 01:00 и 02:00, ..., между 11:00 и 12:00. То есть всего за сутки 26 раз.

7. *Электронные часы.* На электронных часах высвечиваются часы и минуты от 00:00 до 23:59. Сколько показаний часов в течение суток, когда число минут больше числа часов?

Ответ: 1140.

Решение. Когда часы показывают число минут от 24 до 59, то подходит любое из 24 показаний числа часов. Таких случаев $36 \cdot 24$.

Если на часах 23 минуты, то пропадает один из 24 возможных вариантов, если 22 минуты — 2 варианта, и так далее. Получаем $23 + 22 + \dots + 2 + 1 = 23 \cdot 12$.

Итого $36 \cdot 24 + 23 \cdot 12 = 1140$.

8. *Сломанные часы.* Часы Оли идут медленнее, чем нужно: в течение часа отстают на 5 минут. В 12:00 к ней придут гости. Сейчас 6 часов утра. Какое время надо выставить на часах, чтобы ровно в полдень они показали верное время?

Ответ: 06:30.

Решение. Полдень наступит через 6 часов. За это время неисправные часы отстают на $5 \cdot 6 = 30$ минут. Чтобы в полдень показания часов оказались верными, в 6 утра нужно добавить лишние полчаса, то есть поставить часы на 06:30.

9. *Часовые пояса.* Рейс 608 "Аэрофлота" вылетает из Москвы в 12:00, а прилетает в Бишкек в тот же день в 18:00 (по местному времени). Обратный рейс 607 вылетает в 8:00, а прилетает в тот же день в 10:00. Сколько часов длится полет?

Ответ: 4.

Решение. Самолёт отсутствует в Москве 22 часа, из которых 14 часов находится в Бишкеке. Значит, в воздухе он находится $22 - 14 = 8$ часов. Один перелет длится $8 : 2 = 4$ часа.

10. *Электронные часы.* На табло электронных часов высвечиваются часы и минуты. На часах четыре поля, цифры на них образованы святающимися палочками (длина каждой — сторона клетки, всего 28 палочек). Сколько сейчас времени, если светится наибольшее количество палочек?

Ответ: 08:08

Решение. Наибольшее число палочек (7 штук) в цифре 8, ей могут быть только вторая и четвертая цифра в показаниях. По 6 палочек в цифрах 0 и 9, но на первом и третьем месте могут быть только 0, поэтому сейчас 08:08.

11. *Часы с боем.* Двое часов с кукушкой начали кукукать количество часов одновременно. И те, и другие часы произносят «ку-ку» в течение одной секунды: первые — с перерывом в 2 секунды, вторые — в 3 секунды. Всего было слышно 15 «ку-ку». Если часы звучали одновременно, то это воспринималось как одно «ку-ку». Сколько секунд прошло от начала кукуканья до его конца?

Ответ: 33.

Решение. Добавляя по одному удару у каждый часов, можно заполнять таблицу, пока не будет ровно 15 ударов.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33		
x			x			x			x			x			x			x			x			x										
x				x				x				x				x			x				x						x					x
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15																				

12. *Сломанные часы.* У Машеньки часы отстают на 10 мин в сутки, а у Петеньки спешат на 8 мин в сутки. Сейчас их часы показывают одно и то же. Через сколько суток это впервые произойдет снова?

Ответ: 40.

Решение. За сутки расхождение увеличивается на 18 мин и через некоторое время составит 12 часов = $12 \cdot 60 = 720$ минут. Искомое число равно $720 : 18 = 40$ суток.

13. *Электронные часы.* Электронные часы показывают значения от 00:00 до 23:59. Лёничка обожает цифру 5, и радостно вопит, когда она есть на часах. Сколько минут может длиться самый долгий непрерывный Ленин вопль, связанный с часами?

Ответ: 70.

Решение. Его длиннейший вопль будет от 04:50 до 05:59 или от 14:50 до 15:59 и будет длиться 70 минут.

14. *Электронные часы.* Каждый раз, когда число минут и часов на электронных часах одинаково, Маша загадывает желание. Однажды она варила борщ, который варится от полутора до 2 часов. Ставя борщ на плиту и снимая его с плиты, Маша смотрела на часы и загадывала желание. Сколько минут варился борщ?

Ответ: 98.

Решение. Число часов на электронных часах равно числу минут 23 раза в сутки: 00:00, 01:01, 02:02, ..., 21:21, 22:22, 23:23.

В пределах одних суток разница между этими числами равна либо 1 часу 1 минуте, либо уже более 2 часов. То есть, борщ варился в полночь.

При переходе через полночь разница времени от полутора до двух часов может быть в одном из 2 случаев: от 22:22 до 00:00 или от 23:23 до 01:01. В обоих случаях борщ варится 1 час 38 минут = 98 минут.

15. *Электронные часы.* Сколько минут в сутках, когда на электронных часах одновременно высвечиваются цифры 5 и 9?

Ответ: 62.

Решение. За сутки время ЧЧ:59 высвечивается 24 раза. Ч5:М9 — 10 других вариантов. Ч9:5М — 18 других вариантов. Ч9:М5 — $2 \cdot 5 = 10$.

Итого $24 + 10 + 18 + 10 = 62$.