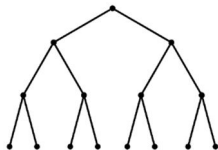


Блок 3. Графы

Задания Интернет-карусели

Данная интернет-карусель была посвящена задачам про графы. *Граф* — схема, в которой есть *вершины* (точки), каждые две из которых либо не соединены, либо соединены *ребром* (линией). *Степень вершины* — количество выходящих из неё ребер.

1. В графе у пяти вершин степени равны 5, у шести вершин — 6, у остальных семи вершин — 7. Сколько ребер в этом графе?
2. В 7М классе каждый мальчик дружит с тремя девочками-одноклассницами, а каждая девочка — с пятью мальчиками-одноклассниками. Из всех учеников 17 человек всегда готовы сыграть в математический бой. В классе, где у них проходят уроки, 15 двухместных парт. Сколько всего учеников в 7М классе?
3. Ваня нарисовал 7 точек и некоторые из них соединил отрезками. Известно, что из пяти точек выходит соответственно 6, 6, 5, 3 и 2 отрезка. Сколько может быть всего отрезков?
4. Встретились несколько друзей. Каждый из них обменялся рукопожатием с каждым, кроме Артёма — он был не в настроении, поэтому пожал руку не всем. Всего было сделано 197 рукопожатий. Сколько рукопожатий сделал Артём?
5. Существует ли граф с 9 вершинами, у которого степени вершин равны:
 - (1) 9, 8, 8, 7, 6, 6, 3, 2, 1;
 - (2) 8, 8, 7, 7, 6, 5, 4, 2, 1;
 - (3) 8, 7, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 1;
 - (4) 8, 7, 5, 4, 4, 3, 2, 2, 2?
6. В некоторой компании каждый дружит не более чем с тремя другими и любые двое или дружат, или имеют общего друга. Какое наибольшее число людей может быть в этой компании?
7. В графе 200 вершин. Какое максимальное число ребер может быть в нём?
8. В графе 15 вершин. Каждая вершина не соединена хотя бы с одной из остальных. Какое максимальное число ребер может быть в таком графе?
9. На рисунке справа изображен граф. Леонид хочет дорисовать максимальное возможное число ребер, не добавляя вершины, а потом раскрасить вершины в 2 цвета так, чтобы любое ребро соединяло вершины разного цвета. Сколько ребер может дорисовать Леонид?
10. У Оли есть несколько костей домино: 1-0, 4-1, 3-4, 2-3, 5-4, 5-2, 5-6. Какой наибольшей длины цепочку из этих костей она может сделать, соблюдая правила?



11. Сколько таких графов с 8 разными вершинами, у которых все вершины имеют степень 1?
12. После конференции по проблемам организации интернет-каруселей в межпланетном пространстве несколько учёных-участников продолжила обсуждение, отправляя письма друг другу. Каждое письмо получали все, кроме отправителя. Каждый учёный написал одно и то же количество писем. Всеми вместе было получено 440 писем. Сколько человек могло участвовать в такой переписке?
13. Во дворе стоят 10 берез и 6 фонарных столбов. Между ними натянуты бельевые веревки так, что к каждому столбу привязано 7 веревок, а к каждой березе — 5 веревок. Сколько во дворе бельевых веревок?
14. Сколько таких графов с 8 разными вершинами, у которых все вершины имеют степень 6?
15. Коля склеил многогранник, у которого 14 граней: 6 граней — квадраты, 8 граней — треугольники. Сколько ребер у такого многогранника?