

## Математика, 10–11 класс, МВ+ (25 мая 2023)

### Задания, ответы, указания

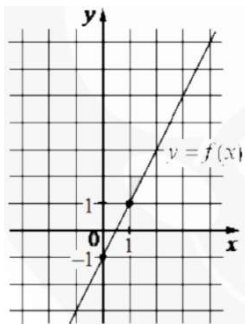
- На рисунке изображена часть графика линейной функции  $f(x)$ . Найдите значение суммы  $f(-2023) + f(2023)$ .
- Из чисел 1, 2, 3, ..., 500 наугад выбирается число. Найдите вероятность, что выбранное число не кратно ни 2, ни 5.
- В какой точке достигается максимум функции  $f(x) = x^3 + 2,25x^2 - 3x + 2$  на отрезке  $[-3; 3]$ ?
- Дан шестиугольник, у которого три диагонали, соединяющие противоположные вершины, пересекаются в одной точке и делят шестиугольник на 6 треугольников, площади которых равны (по часовой стрелке) 10, 20, 30, 40, 50. Найдите площадь оставшегося треугольника.
- Астероид А шарообразной формы состоит из металла, имеет диаметр 6 м, весит 2560 тонн. Сколько тонн весит астероид В шарообразной формы из того же металла диаметром 9 м?
- Решите уравнение

$$\frac{\sin(3x)}{\sin x} - \frac{\sin x}{\sin(3x)} = 2 \cos(2x).$$

Чему равна сумма градусных мер корней уравнения, лежащих на промежутке от  $0^\circ$  до  $180^\circ$ ?

- Найдите максимальное значение параметра  $a$ , при котором неравенство  $a^2 - 2a \cdot 3^x - 3 \cdot 9^x > 0$  не имеет решений больших 1.
- Длина ребра куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равна 12. Построено сечение  $EFF_1 E_1$ , проходящее через середины ребер  $BC$ ,  $CD$  и  $C_1 D_1$  и параллельное ребру  $CC_1$ . Найдите объем треугольной призмы  $CEFC_1 E_1 F_1$ .
- Вася берёт кредит 1 января 2077 года на 25 месяцев под некоторое количество процентов. Условия возврата кредита таковы: 15 числа каждого месяца банк начисляет проценты, с 15 числа и до конца месяца необходимо погасить часть долга так, чтобы сумма долга уменьшалась всякий раз на одну и ту же сумму.

В итоге после того, как Вася расплатился по кредиту, оказалось, что общая выплаченная Васей сумма оказалась равна 2 000 000 рублей. Каков максимальный размер платежа, который Вася мог совершить в январе 2078 года?



- Гадалка пытается предсказать погоду на следующие 5 дней при помощи волшебного шара. Шар правильно предсказывает погоду с вероятностью 0,9. Найдите вероятность того, что она первые 4 дня подряд угадает погоду, а на пятый день ошибется.
- Трапеция описана около окружности. Её боковые стороны равны 13 и 15, одно из оснований равно 16. Найдите высоту трапеции.
- Для проведения эстафеты в классе из 29 человек выбирают команду из 3 человек. Каждому человеку присвоили свой номер от 1 до 29. Команда называется удачной, если сумма номеров членов команды кратна трём. Сколько существует способов собрать удачную команду?
- Сколько корней уравнения  $4\cos^2(x) = 1 - \sqrt{2} \cos(\pi/2 + x)$  лежат на отрезке  $[0; 5\pi/2]$ ?
- Найдите сумму целых чисел, удовлетворяющих неравенству

$$\frac{(x-2)^2(x-3)^3(x-5)^5}{(x-3)(x-9)} \leq 0.$$

- Сколько целых значений  $x$ , строго больших  $-10$ , для которых выполнено

$$\frac{(x-2)(x-4)(x-7)}{(x+2)(x+4)(x+7)} > 1?$$