Блок 8. Ребусы

Интернет-карусель. Условия задач

1. В примере на сложение некоторые цифры заменили звёздочками. Получили 6* + **6 = **01. Восстановите пример. Чему равно второе слагаемое?

2. Какое наибольшее значение может принимать сумма
(К + А + Р + У + С + Е + Л + Ь) + (С + Н + Е + Г),
если равные цифры заменили одинаковыми буквами, а разные цифры — разными буквами?

3. Решите ребус КОМП : О = ТОЛК. Чему равен ТОЛК?

4. В очереди в школьный буфет стоят 5 пятиклассников и 5 шестиклассников. Известно, что никакие два пятиклассника не стоят рядом.

   Какие утверждения являются верными?
   (1) Либо первым в очереди, либо последним стоит пятиклассник.
   (2) Либо первым в очереди, либо последним стоит шестиклассник.
   (3) Какие-то два шестиклассника обязательно стоят рядом.
   (4) Какой-то пятиклассник стоит в очереди четвертым или пятым.
   (5) Какой-то шестиклассник стоит в очереди четвертым или пятым.

5. Сколько решений имеет ребус 8 × КАРУ = СЕЛЬ?

6. Решите ребус с умножением: УС × 8 = ЕЖ. Чему равно число ЕЖ?

7. В примере на умножение некоторые цифры заменили звёздочками.

$$\begin{array}{r} * * 5 \\ \times \quad 4 * \\ \hline 3 * * \\ * 2 * * \quad \\ \hline 1 * * * * \end{array}$$

   Восстановите пример. Чему равно произведение в примере?

8. Решите ребус А + Б + В + Г + Д + Е + Ж + З + И + К = ДА. Чему равно произведение Д · А?

9. Сколько раз надо сложить числа КЛОП, чтобы получить ПОЛК? Здесь одинаковые буквы заменяются равными цифрами, а разные буквы — разными цифрами.

Международные соревнования «Интернет-карусели»
Карусель-кружок. Математика 5-6
2016-2017 учебный год

10. В стопке лежат карточки, пронумерованные от 1 до 100 (карточка с номером 1 вверху, а карточка с номером 100 — внизу). Их раскладывают на четыре стопки по 25 штук в каждой, беря верхнюю карточку из исходной стопки и кладя сверху в любую из этих четырех стопок. Что верно про номера верхних карточек?

    Какие утверждения являются верными?
    (1) Есть номер больше 50.
    (2) Есть два номера, больших 70.
    (3) Есть три номера, больших 60.
    (4) Есть номер меньше 50.
    (5) Могут быть два номера меньше 50.

11. В примере на вычитание **16 – 91* = ** звёздочки нужно заменить цифрами, так, чтоб равенство стало верным. Сколькими способами это можно сделать?

12. Сколько решений имеет ребус АЙ + И = АЙ?

13. В примере на деление некоторые цифры заменили звёздочками.

```
- * * * 5 * | 3 2 5
  * * *     | 1 * *
  -------
  - * * * *
    * 9 * *
    -------
      - * 5 *
        * 5 *
        -----
            0
```

    Восстановите пример. Чему равно делимое в примере?

14. В каждую клетку квадрата 3×3 записали либо крестик, либо нолик. В каждом квадрате 2×2 стоят три крестика и один нолик.

    Какие утверждения являются верными?
    (1) Во всем квадрате 3×3 может быть ровно 4 крестика.
    (2) Ноликов может быть вдвое меньше, чем крестиков.
    (3) Ноликов может быть больше, чем крестиков.
    (4) Во всем квадрате 3×3 может быть ровно 2 нолика.
    (5) Во всем квадрате 3×3 может быть ровно 8 крестиков.

Блок 8. Ребусы

Задания интернет-карусели. Указания и решения

В заданиях интернет-карусели, во-первых, не было классических ребусов на сложение. В интернете есть ряд сайтов, решающих такие ребусы. Они очень удобны для подготовки занятий на эту тему. Посмотрите, например, сайт rebus1.com.

1. В примере на сложение некоторые цифры заменили звёздочками. Получили 6∗ + ∗∗6 = ∗∗01. Восстановите пример. Чему равно второе слагаемое?

   Ответ: 936.

   Решение. Восстанавливаются по порядку неизвестные цифры, начиная с разряда единиц. Получаем пример 65 + 936 = 1001.

2. Какое наибольшее значение может принимать сумма

   (К + А + Р + У + С + Е + Л + Ь) + (С + Н + Е + Г),

   если равные цифры заменили одинаковыми буквами, а разные цифры — разными буквами?

   Ответ: 62.

   Решение. Заметим, что в ребусе использованы 10 различных букв К, А, Р, У, С, Е, Л, Ь, Н, Г. Буквы Н и Г использованы дважды, остальные — по одному разу. Так как сумма всех цифр равна 45, указанная сумма равна 45 + Н + Г. Она принимает наибольшее значение, если Н = 9, Г = 8. Получаем 45 + 8 + 9 = 62.

   Комментарий. А какое наименьшее значение принимает такая сумма? Конечно же, 45 + 0 + 1 = 46.

3. Решите ребус КОМП : О = ТОЛК.

   Чему равен ТОЛК?

   Ответ: 1609.

   Указание. Единственное решение ребуса: 9654 : 6 = 1609.

   Решение. Перепишем ребус как КОМП = ТОЛК × О. Буква О не может заменять 7, 8 или 9, так как даже 1700 × 7, 1800 × 8 и 1900 × 9 — пятизначные числа. Также О не цифры 0 или 1. Рассмотри случаи, когда О заменяет 2, 3, 4, 5 или 6.

   Если О равно 2, 3 или 4, то при умножении в разряд сотен переносится не более 3. При умножении О на О получаем 4, 9 или 6, с таким маленьким переносом не можем получить соответственно 2, 3 или 4.

   Если О = 5, то Т = 1, в разряд тысяч переносится 2. Значит, К = 3, откуда К = П = 5. Противоречие.

   Если О = 6, то Т = 1, К = 9. Получаем 16Л9 × 6 = 96М4. В разряд сотен переноса нет, поэтому Л = 0. Остаётся М = 5.

4. В очереди в школьный буфет стоят 5 пятиклассников и 5 шестиклассников. Известно, что никакие два пятиклассника не стоят рядом.

   Какие утверждения являются верными?
   (1) Либо первым в очереди, либо последним стоит пятиклассник.
   (2) Либо первым в очереди, либо последним стоит шестиклассник.
   (3) Какие-то два шестиклассника обязательно стоят рядом.
   (4) Какой-то пятиклассник стоит в очереди четвертым или пятым.
   (5) Какой-то шестиклассник стоит в очереди четвертым или пятым.

   Ответ: 1 5.

   Решение. Обозначим пятиклассника буквой П, шестиклассника — буквой Ш. Так как пятиклассники не стоят рядом, очередь выглядит П-Ш-П-Ш-П-Ш-П, где где-то еще стоит шестиклассник. Отсюда следует ответ «да» на пункт (1) и ответ «нет» на пункт (2).
   На пункт (3) ответ «нет», так как возможен порядок Ш-П-Ш-П-Ш-П-Ш-П.
   На пункт (4) ответ «нет», так как возможен порядок П-Ш-П-Ш-Ш-П-Ш-П.
   На пункт (5) ответ «да», так как на местах 4 и 5 не могут стоять два пятиклассника, иначе они будут стоять рядом.

5. Сколько решений имеет ребус 8 × КАРУ = СЕЛЬ?

   Ответ: 6.

   Указание. Все решения ребуса: 8 × 1037 = 8296, 8 × 1059 = 8472, 8 × 1074 = 8592, 8 × 1079 = 8632, 8 × 1092 = 8736, 8 × 1094 = 8752.

   Решение. Так как СЕЛЬ не более 9876, то КАРУ не более 9876 : 8 < 1235. Значит, К = 1. Тогда А = 0 или А = 2.

   Для А = 2 достаточно проверить 2 варианта, когда КАРУ = 1234 и КАРУ = 1235. Оба не подходят: 8 × 1234 = 9872 (здесь А = Ь), 8 × 1235 = 9880 (здесь Е = Л).

   Значит, А = 0, то есть 8 × 10РУ = СЕЛЬ. Тогда С = 8. Получаем 8 × 10РУ = 8ЕЛЬ. Цифра У не равна 0, 1 и 8 (они уже использованы), не равна 5 или 6 (иначе Ь равно 0 или 8). Рассмотрим варианты:
   (1) У = 2. Получаем 8 × 10Р2 = 8ЕЛ6.
   (2) У = 3. Получаем 8 × 10Р3 = 8ЕЛ4.
   (3) У = 4. Получаем 8 × 10Р4 = 8ЕЛ2.
   (4) У = 7. Получаем 8 × 10Р7 = 8ЕЛ6.

(5) У = 9. Получаем 8 × 10Р9 = 8ЕЛ2.
В каждом из них Р принимает 5 значений. Получим 25 вариантов можно перебрать. Подойдут только шесть, указанные выше.

Комментарий. Не всегда можно решить ребус совсем без перебора. Идеи для решения сложного ребуса часто как раз нужны для того, чтобы сократить перебор. Здесь решение сводится к 25 случаям. Можно доказать, что цифра Р не менее 3. Тогда пропадут еще 4 варианта.

6. Решите ребус с умножением: УС × 8 = ЕЖ.

Чему равно число ЕЖ?

Ответ: 96.

Решение. Чтобы произведение было двузначным, УС должно быть меньше 13. Не трудно проверить, что из вариантов УС = 10, УС = 11, УС = 12 подходит только последний: 10 × 8 = 80 (здесь С = Ж), 11 × 8 = 88 (здесь У = С), 12 × 8 = 96.

7. В примере на умножение некоторые цифры заменили звёздочками.

$$\begin{array}{r} * * 5 \\ \times \quad 4 * \\ \hline 3 * * \\ * 2 * * \\ \hline 1 * * * * \end{array}$$

Восстановите пример. Чему равно произведение в примере?

Ответ: 12505 12915.

Решение. Порядок восстановления цифр можно проследить по записям ниже.

$$\begin{array}{r} * * 5 \\ \times \quad 4 * \\ \hline 3 * * \\ * 2 * * \\ \hline 1 * * * * \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} * * 5 \\ \times \quad 4 * \\ \hline 3 * * \\ 1 2 * 0 \\ \hline 1 * * * * \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 3 * 5 \\ \times \quad 4 1 \\ \hline 3 * 5 \\ 1 2 * 0 \\ \hline 1 * * * 5 \end{array}$$

При умножении 4 на $*$ из первого множителя не должно быть переноса. Значит, вместо звёздочки стояли 0 или 1. Оба варианта возможны:

$$\begin{array}{r} 3 0 5 \\ \times \quad 4 1 \\ \hline 3 0 5 \\ 1 2 2 0 \\ \hline 1 2 5 0 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 1 5 \\ \times \quad 4 1 \\ \hline 3 1 5 \\ 1 2 6 0 \\ \hline 1 2 9 1 5 \end{array}$$

8. Решите ребус А + Б + В + Г + Д + Е + Ж + З + И + К = ДА.

Чему равно произведение Д · А?

Ответ: 20.

Решение. Заметим, что в левой части уравнения 10 букв (однозначных чисел), и они все различные. Это означает, что там числа от 0 до 9. Их сумма равна 45, а следовательно, Д = 4, А = 5.

9. Сколько раз надо сложить числа КЛОП, чтобы получить ПОЛК?

Ответ: 4, 9.

Решение. Число КЛОП можно сложить 4 раза: 2178 × 4 = 8712. Число КЛОП можно сложить 9 раз: 1089 × 9 = 9801. Покажем, что при сложении 2, 3, 5, 6, 7 и 8 раз решения не будет.

Рассмотрим ребус КЛОП + КЛОП = ПОЛК. Сумма П + П оканчивается на К, К + К = П или К + К = П – 1 (в случае переноса разряда). Посмотрим, для каких П такое возможно:
П = 1 → К = 2 → П = 4 или П = 5 — противоречие;
П = 2 → К = 4 → П = 8 или П = 9 — противоречие;
П = 3 → К = 6 → П = 2 или П = 3 — возможно при П = 3, К = 6, но тогда сумма будет пятизначной;
П = 4 → К = 8 → П = 6 или П = 7 — противоречие;
П = 5 → К = 0 — противоречие;
П = 6 → К = 2 → П = 4 или П = 5 — противоречие;
П = 7 → К = 4 → П = 8 или П = 9 — противоречие;
П = 8 → К = 6 → П = 2 или П = 3 — противоречие;
П = 9 → К = 8 → П = 6 или П = 7 — противоречие.

Рассмотрим ребус КЛОП + КЛОП + КЛОП = ПОЛК. Так как сумма четырёхзначная, буква К соответствует цифре 1, 2 или 3.
Если 1ЛОП × 3 = ПОЛ1, то в разряде единиц П = 7. Получаем 1ЛО7 × 3 = 7ОЛ1 с противоречием в разряде тысяч.
Если 2ЛОП × 3 = ПОЛ2, то в разряде единиц П = 4. Получаем 2ЛО4 × 3 = 4ОЛ2 с противоречием в разряде тысяч.
Если 3ЛОП × 3 = ПОЛ3, то в разряде единиц П = 1. Получаем 3ЛО1 × 3 = 1ОЛ3 с противоречием в разряде тысяч.

Если число КЛОП складываем 5 раз, то К = 0 или К = 5. Так как К ≠ 0, то К = 5. Тогда при умножении числа 5ЛОП на 56 или 8 получится пятизначное число. Противоречие.

Если число КЛОП складываем 6 или 8 раз, то получаем чётное число ПОЛК. Так как К $\neq 0$, то К не менее 2. Тогда при умножении числа КЛОП на 6 или 8 получится пятизначное число. Противоречие.

Если число КЛОП складываем 7 раз и получаем четырёхзначный результат, то К = 1. В ребусе 1ЛОП $\times$ 7 = ПОЛ1 однозначно определяется П — это цифра 3. Но 1ЛОП $\times$ 7 начинается как минимум с цифры 7. Противоречие.

Комментарий. Можно доказать, что при 4 и 9 слагаемых получаются единственные решения, указанные выше.

10. В стопке лежат карточки, пронумерованные от 1 до 100 (карточка с номером 1 вверху, а карточка с номером 100 — внизу). Их раскладывают на четыре стопки по 25 штук в каждой, беря верхнюю карточку из исходной стопки и кладя сверху в любую из этих четырех стопок. Что верно про номера верхних карточек?

Какие утверждения являются верными?
(1) Есть номер больше 50.
(2) Есть два номера, больших 70.
(3) Есть три номера, больших 60.
(4) Есть номер меньше 50.
(5) Могут быть два номера меньше 50.

Ответ: 1 2.

Решение. (1) Это правда. Карточка с номером 100 лежит всегда сверху. (2) Это правда. Если больше 70 только номер 100, то карточки от 71 до 100 лежат в стопке под карточкой 100. В ней более 25 штук. (3) Это неправда, так как может быть распределение карточек, когда верхними лежат 25, 50, 75 и 100. (4) Это неправда, так как может быть распределение карточек, когда верхними лежат 97, 98, 99 и 100. (5) Это неправда. Если есть два стопки с верхними карточками, меньшими 50, то в них лежит максимум 49 карточек (от 1 до 49). Тогда в какой-то из этих стопок менее 25 штук.

11. В примере на вычитание ∗∗16 – 91∗ = ∗∗ звёздочки нужно заменить цифрами, так, чтоб равенство стало верным. Сколькими способами это можно сделать?

Ответ: 3.

Решение. Запишем в виде суммы: ∗∗16 = ∗∗ + 91∗. Из разряда десятков в сотни должен быть перенос разряда (чтоб в сумме возник разряд тысяч). Значит, прибавляем 9 и имеем перенос разряда из единиц. Получаем 1016 = 9∗ + 91∗. Сумма двух звёздочек равна 16. Значит, это 7 + 9, 8 + 8 или 9 + 7 — три варианта.

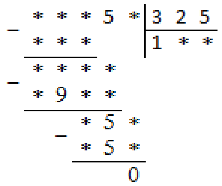
12. Сколько решений имеет ребус АЙ + И = АЙ?

Ответ: 72.

Указание. Очевидно, что И = 0. Вместо АЙ подойдёт любое число двузначное число, в записи которого нет нуля. Его можно составить $9 \cdot 8 = 72$ способами.

Комментарий. Эта задача не сложная как ребус, но полезна для того, чтобы вспомнить комбинаторные задачи.

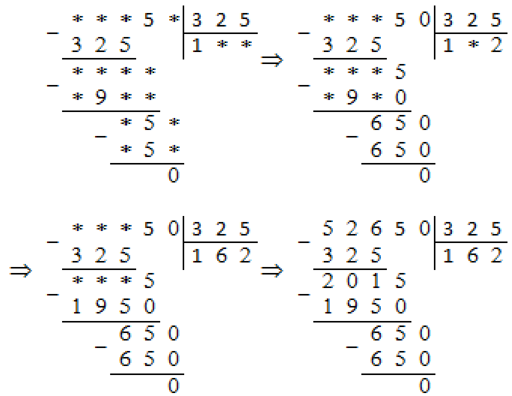
13. В примере на деление некоторые цифры заменили звёздочками.



Восстановите пример. Чему равно делимое в примере?

Ответ: 52650.

Решение. По схеме не сложно проследить последовательность, в которой восстанавливаются цифры.



14. В каждую клетку квадрата 3×3 записали либо крестик, либо нолик. В каждом квадрате 2×2 стоят три крестика и один нолик.

Какие утверждения являются верными?

(1) Во всем квадрате 3×3 может быть ровно 4 крестика.
(2) Ноликов может быть вдвое меньше, чем крестиков.
(3) Ноликов может быть больше, чем крестиков.
(4) Во всем квадрате 3×3 может быть ровно 2 нолика.
(5) Во всем квадрате 3×3 может быть ровно 8 крестиков.

Ответ: 2, 4, 5.

Указание. Покажите перебором, что возможны только ситуации, когда 5, 6, 7 или 8 крестиков. Все они показаны на рисунке:

X	O	X
X	X	X
O	X	O

X	O	X
X	X	X
X	O	X

O	X	X
X	X	O
O	X	X

O	X	O
X	X	X
O	X	O

O	X	O
X	X	X
X	O	X

X	X	X
X	O	X
X	X	X