

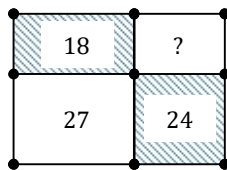
Блок 6. Площади и периметры

Подготовительное занятие

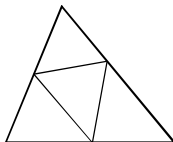
- Из двух квадратов с периметрами 12 см сложили прямоугольник. Каков периметр прямоугольника?
- Прямоугольный лист двумя пересекающимися линиями разделили на 4 прямоугольника. Периметры двух противоположных частей равны 22 см и 24 см. Чему равен периметр листа?

- Из трёх равных квадратов сложили прямоугольник с периметром 32 см. Какова длина стороны квадрата?
- В прямоугольнике сделали прямоугольную дыру. Ширина получившейся рамки — 1 см. Периметр дыры равен 35 см. Чему равен периметр прямоугольника?
- Дан прямоугольник. Когда две его противоположные стороны удлиненили, площадь возросла в 2 раза, его периметр увеличился с 36 см до 58 см. Найдите размеры исходного прямоугольника.

- Прямоугольный лист двумя пересекающимися линиями разделили на 4 прямоугольника. Площади двух противоположных частей равны 18 см^2 и 24 см^2 (показано на рисунке). Площадь третьей части равен 27 см^2 . Чему равна площадь четвёртой части?

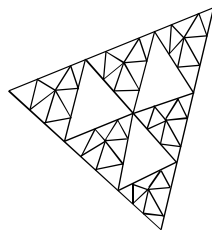


- Треугольник с периметром 20 см разделили на 4 треугольника, как показано на рисунке. Периметры трёх треугольников у вершин равны 11 см, 10 см и 9 см. Чему равен периметр центрального треугольника?



- Пётр жил в однокомнатной квартире. Комната была квадратной и длины её сторон выражались целым числом метров. Недавно он обменял её на двухкомнатную квартиру той же площади. Одна из комнат имеет площадь 7 м^2 , а другая — вновь квадратная, и длина её стороны — целое число метров. Какая площадь этой квартиры?

- В двух противоположных углах квадратной комнаты Петра площадью 16 м^2 лежали два одинаковых квадратных ковра. Они накладываются друг на друга, покрывая в два слоя 4 м^2 пола. Чему равна площадь каждого ковра?



- Треугольное стекло разбилось на 57 треугольных кусочков, как показано на рисунке. Если Жене, разбившему стекло, указать на любой осколок, то он назовёт периметр этого кусочка. Как узнать периметр первоначального куска стекла?

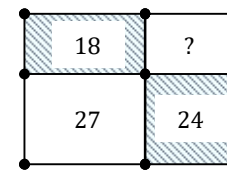
Блок 6. Площади и периметры

Подготовительное занятие

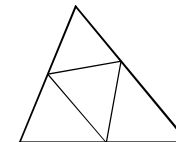
- Из двух квадратов с периметрами 12 см сложили прямоугольник. Каков периметр прямоугольника?
- Прямоугольный лист двумя пересекающимися линиями разделили на 4 прямоугольника. Периметры двух противоположных частей равны 22 см и 24 см. Чему равен периметр листа?

- Из трёх равных квадратов сложили прямоугольник с периметром 32 см. Какова длина стороны квадрата?
- В прямоугольнике сделали прямоугольную дыру. Ширина получившейся рамки — 1 см. Периметр дыры равен 35 см. Чему равен периметр прямоугольника?
- Дан прямоугольник. Когда две его противоположные стороны удлиненили, площадь возросла в 2 раза, его периметр увеличился с 36 см до 58 см. Найдите размеры исходного прямоугольника.

- Прямоугольный лист двумя пересекающимися линиями разделили на 4 прямоугольника. Площади двух противоположных частей равны 18 см^2 и 24 см^2 (показано на рисунке). Площадь третьей части равен 27 см^2 . Чему равна площадь четвёртой части?

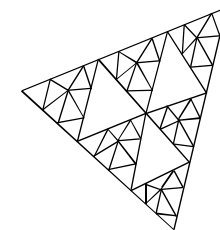


- Треугольник с периметром 20 см разделили на 4 треугольника, как показано на рисунке. Периметры трёх треугольников у вершин равны 11 см, 10 см и 9 см. Чему равен периметр центрального треугольника?



- Пётр жил в однокомнатной квартире. Комната была квадратной и длины её сторон выражались целым числом метров. Недавно он обменял её на двухкомнатную квартиру той же площади. Одна из комнат имеет площадь 7 м^2 , а другая — вновь квадратная, и длина её стороны — целое число метров. Какая площадь этой квартиры?

- В двух противоположных углах квадратной комнаты Петра площадью 16 м^2 лежали два одинаковых квадратных ковра. Они накладываются друг на друга, покрывая в два слоя 4 м^2 пола. Чему равна площадь каждого ковра?



- Треугольное стекло разбилось на 57 треугольных кусочков, как показано на рисунке. Если Жене, разбившему стекло, указать на любой осколок, то он назовёт периметр этого кусочка. Как узнать периметр первоначального куска стекла?

Подготовительное занятие

Для проведения подготовительного занятия предлагаются задачи про периметры и площади фигур. Перед началом занятия стоит вспомнить, как находятся периметры фигур и площади прямоугольников.

Рекомендуем при разборе решений самостоятельно сделать наглядные картинки.

Как обычно, предлагаем разобрать задачи, отмеченные точками, а затем дать для самостоятельного решения остальные задания.

- Из двух квадратов с периметрами 12 см сложили прямоугольник. Каков периметр прямоугольника?

Ответ: 36 см.

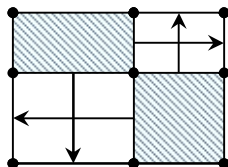
Решение. Сторона квадрата равна $12 : 4 = 3$ см. Получили прямоугольник 1×2 , у которого одна сторона равна 3 см, другая равна $3 \cdot 2 = 6$ см. Периметр равен $(3 + 6) \cdot 2 = 36$ см.

- Прямоугольный лист двумя пересекающимися линиями разделили на 4 прямоугольника. Периметры двух противоположных частей равны 22 см и 24 см. Чему равен периметр листа?

Ответ: 46 см.

Решение. Периметр прямоугольника состоит из отрезков той же длины, что и стороны указанных частей периметров 22 и 24. Значит, периметр равен $22 + 24 = 46$.

На рисунке справа стрелками показано, какие стороны данных частей, не лежащие на границе прямоугольника, соответствуют другим частям прямоугольника.



- Из трёх равных квадратов сложили прямоугольник с периметром 32 см. Какова длина стороны квадрата?

Ответ: 16.

Решение. Получили прямоугольник 1×3 . Пусть его стороны равны a и $3a$. Тогда периметр равен $2 \cdot (a + 3a) = 8a = 32$ см, откуда $a = 4$ см. Периметр квадрата равен $4a = 16$ см.

- В прямоугольнике сделали прямоугольную дыру. Ширина получившейся рамки — 1 см. Периметр дыры равен 35 см. Чему равен периметр прямоугольника?

Ответ: 43.

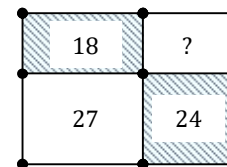
Решение. Сторона прямоугольника на 2 см больше соответствующей стороны дыры. Значит, периметр прямоугольника на $2 \cdot 4 = 8$ см больше периметра дыры, то есть, он равен $35 + 8 = 43$ см.

- Дан прямоугольник. Когда две его противоположные стороны удлинени, площадь возросла в 2 раза, его периметр увеличился с 36 см до 58 см. Найдите размеры исходного прямоугольника.

Ответ: 7×11 .

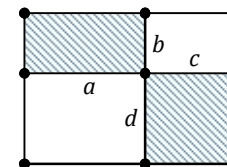
Решение. Если площадь увеличилась в 2 раза, значит, стороны увеличили в 2 раза. Пусть из прямоугольника $a \times b$ получили $2a \times b$. Тогда периметр увеличился на $2a = 58 - 36 = 22$. Значит, $a = 11$. Тогда $P = 2a + 2b = 22 + 2b = 36$, откуда $b = 7$.

- Прямоугольный лист двумя пересекающимися линиями разделили на 4 прямоугольника. Площади двух противоположных частей равны 18 см^2 и 24 см^2 (показано на рисунке). Площадь третьей части равна 27 см^2 . Чему равна площадь четвертой части?



Ответ: 16 см^2 .

Решение 1. Пусть площади закрашенных частей $a \times b$ и $c \times d$, показанных на рисунке справа, равны 18 и 24. Произведение площадей равно $abcd = 18 \cdot 24$. Заметим, что незакрашенные части имеют размеры $a \times d$ и $b \times c$, произведение их площадей также равно $abcd$. Значит, площадь четвертой части равна $18 \cdot 24 : 27 = 16$.

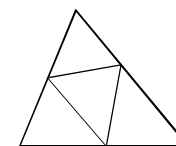


Комментарий. Задача похожа на аналогичную задачу про периметры. Но заметить, что произведение площадей одинаково, непросто. Ученики могут поступать иначе.

Решение 2. Используем обозначения из решения 1. Тогда $ab = 18$, $ad = 27$. Значит, d больше b в $27 : 18 = 1,5$ раза. Тогда искомая площадь меньше площади 24 также в 1,5 раза, то есть, равна $24 : 1,5 = 16$.

Комментарий. Полезно разобрать оба предъявленных решения.

- Треугольник с периметром 20 см разделили на 4 треугольника, как показано на рисунке. Периметры трёх треугольников у вершин равны 11 см, 10 см и 9 см. Чему равен периметр центрального треугольника?



Ответ: 10 см.

Решение. Заметим, что сумма периметров «треугольников у вершин» равна сумме периметров данного большого треугольника и центрального треугольника. Значит, искомый периметр равен $(11 + 10 + 9) - 20 = 10$ см.

6. Пётр жил в однокомнатной квартире. Комната была квадратной и длины её сторон выражались целым числом метров. Недавно он обменял её на двухкомнатную квартиру той же площади. Одна из комнат имеет площадь 7 м^2 , а другая — вновь квадратная, и длина её стороны — целое число метров. Какая площадь этой квартиры?

Замечание по условию. Речь идёт, конечно, не об общей площади квартиры (с коридорами и иными помещениями), а о жилой площади, в которой учитывают только площади жилых комнат.

Ответ: 16 м^2 .

Решение. Нужно найти два квадрата целых чисел, разность между которыми равна 7. Среди квадратов 1, 4, 9, 16 такая пара одна — 16 и 9. Дальше пары можно не рассматривать, так как соседние (а не соседние тем более) квадраты будут отличаться на число, большее 7.

Комментарий. Полезно обсудить, почему разности между двумя соседними квадратами увеличиваются. Без применения алгебры можно обосновать, например, следующим образом.

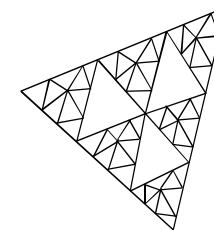
Пусть из единичных квадратиков собрали квадрат $n \times n$. Чтобы увеличить сторону на 1 и получить квадрат $(n + 1) \times (n + 1)$, нужно добавить $2n + 1$ квадратиков вдоль сторон (точнее, по n штук вдоль каждой стороны и один в углу). Значит, чем больше квадрат, тем больше надо квадратиков для получения следующего квадрата.

7. В двух противоположных углах квадратной комнаты Петра площадью 16 м^2 лежали два одинаковых квадратных ковра. Они накладываются друг на друга, покрывая в два слоя 4 м^2 пола. Чему равна площадь каждого ковра?

Ответ: 9 м^2 .

Решение. Сторона комнаты равна 4 метра. В два слоя накрыт квадрат со стороной 2 метра. Не трудно заметить, что длины сторон ковров накладываются, пересекаясь по 2 метрам. Если они равны a , то $2a = 4 + 2$, откуда $a = 3$. Значит, в комнате Петра два ковра размерами $3 \text{ м} \times 3 \text{ м}$.

8. Треугольное стекло разбилось на 57 треугольных кусочков, как показано на рисунке. Если Жене, разбившему стекло, указать на любой осколок, то он назовёт периметр этого кусочка. Как узнать периметр первоначального куска стекла?



Замечание. Эта задача — усложнение задачи № 5 этого занятия.

Решение. Окрасим некоторые треугольники, как показано на рисунке. Заметим, что сумма периметров окрашенных частей равна сумме периметров неокрашенных частей и первоначального куска стекла. Значит, надо спросить у Жени периметры всех частей, а затем из суммы периметров покрашенных вычесть сумму периметров неокрашенных.

