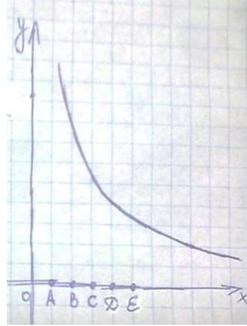


Блок 1. Уравнения, неравенства, графики

Интернет-карусель (2022–2023)

Задания

1. На рисунке — фото из тетради девятиклассницы Люды. Она нарисовала одну ветвь гиперболы $y = 4/x$, но не указан масштаб. Одна из отмеченных ею точек А, В, С, D и E имеет координату 1. Укажите эту точку.



2. Сколько целых чисел n удовлетворяют неравенству

$$\sqrt{n-1} \cdot \frac{n^2 - 3n + 130}{n^2 - 18n + 81} \leq 0?$$

3. В магазине указаны цены на яблоки, груши и апельсины за штуку в копейках. При этом одно яблоко, одна груша и один апельсин вместе стоят дороже 11 копеек, а 3 яблока, 3 груши и апельсин стоят дешевле 27 копеек. Груша — самая дорогая из этих фруктов. Сколько копеек стоит набор из одного яблока, двух груш и трёх апельсинов?

4. При каких значениях a на координатной плоскости Oxy графики функций $y = a^2x - (3x - 1)a + 2(x + 11)$ и $y = 12x + 27$ не имеют общих точек?

5. Найдите при $a > 1$ произведение действительных корней уравнения $x^4 - 8x^3 + (a + 12)x^2 - (7a + 5)x + 5a = 0$.

6. На координатной плоскости изображено множество точек $(x; y)$, координаты которых удовлетворяют двум условиям: $|x - 3| \leq 5$ и $|y - 3| \leq 12$. Найдите площадь полученной геометрической фигуры.

7. Сколько точек на графике функции $y = 9/x + x/25$, у которых обе координаты — целые числа?

8. Сколько точек на графике функции $y = 360/x - x/15$, у которых обе координаты — целые числа?

9. Уравнение функции

$$y = \begin{cases} 3x + 10, & \text{если } x \leq -1 \\ -5x + 2, & \text{если } -1 < x < 3 \\ -x - 10, & \text{если } x \geq 3 \end{cases}$$

записали в виде $y = a|x + b| + c|x + d| + mx + n$.

Найдите сумму $a + b + c + d + m + n + 2022$.

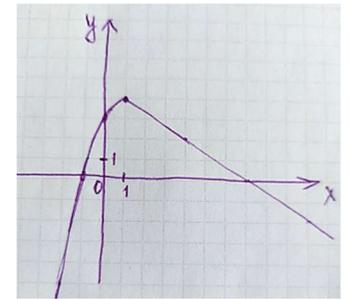
10. Решениями квадратного уравнения $x^2 - (85 + a)x + 2919 + a = 0$ являются два двузначных натуральных числа, одно из которых получается из другого перестановкой цифр. Найдите a .

11. На координатной плоскости изображено множество точек $(x; y)$, координаты которых удовлетворяют системе $\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ x + y \leq 5 \\ y = 3 \end{cases}$. Какая геометрическая фигура получалась?

Варианты ответа: (1) точка; (2) отрезок; (3) луч; (4) прямая, (5) треугольник, (6) пустое множество точек.

12. (2) На рисунке — фото из тетради девятиклассницы Люды. Она построила график функции $y = f(x)$.

Исходя из вида графика, найдите корни уравнения $4\sqrt{x+5} + 2\sqrt{4-x} - 3\sqrt{3x+4} = f(x)\sqrt{10x-24-x^2}$.



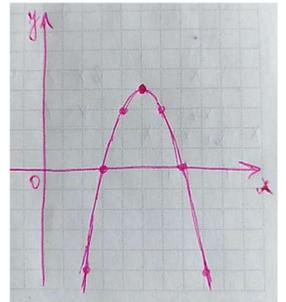
13. Система $\begin{cases} x^2 = -y + 2 \\ x^2 + y^2 = 6x + 4y - 8 \end{cases}$ имеет единственное решение $x = 1, y = 1$.

Пусть $(x_1; y_1)$ — решение системы

$$\begin{cases} x^2 = y + 2x + 1 \\ x^2 + y^2 = 8x - 4y - 15 \end{cases}$$

Найдите $2x_1 + 3y_1$.

14. На рисунке — фото из тетради девятиклассницы Люды. Она нарисовала координатную плоскость, график параболы $y = -2x^2 + bx + c$ при некоторых значениях b и c , но не указала единичный отрезок. Сколько клеток составляет единичный отрезок?



15. Сколько натуральных чисел n удовлетворяют неравенству $(n^2 - 7n + 8 - 3\sqrt{2})\sqrt{n - 2\sqrt{2}} \leq 0$?