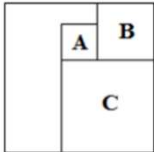
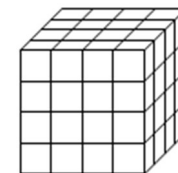


Математическая вертикаль, 6 класс (3 апреля 2020)

Задания карусели

- Вычислите значение выражения с модулями: $-|-4|:|-1\frac{1}{3}|$
- Внутри большого квадрата содержатся квадраты А, В, С, как показано на рисунке справа. Периметр квадрата А равен 12 см и составляет $\frac{3}{5}$ от периметра квадрата В. Сколько кв. см составляет площадь большого квадрата?
 
- Петя нарисовал координатную ось (горизонтальную, направленную слева направо) и отметил на ней точки А $(-1/2)$, В $(-1/3)$, С $(1/2)$, D $(1/3)$. В каком порядке (слева направо) следуют эти точки?
- Про число N известно, что сумма цифр числа N больше, чем у любого из 100 следующих за ним натуральных чисел, причём само число N — наименьшее из натуральных чисел, обладающих таким свойством. Чему равно N ?
- Упростите выражение $\frac{7}{9}(1,8y - 2,7) + 0,6(2 - 3y)$ и найдите его значение при $y = -1\frac{3}{4}$.
- В корзинке у Красной Шапочки лежит меньше 100 пирожков. Их можно поровну раздать двум, трем или пяти детям, но нельзя раздать поровну четырем детям. Сколько пирожков в корзинке?
- Ваня записал несократимую обыкновенную дробь, у которой сумма числителя и знаменателя равна N . Он умножил ее на $1001/2020$, затем полученную дробь разделил на $50/101$, после этого результат умножил на 3 и к полученному числу прибавил 4. В результате он получил 7. Найдите N .
- В верном равенстве равные цифры заменили одинаковыми буквами, а разные — разными. Получили $ЯК^2 = ЯЗЫК$. Какое число заменили словом ЯК?
- Катя и четыре ее подружки разделили между собой несколько конфет. В результате оказалось, что у всех девочек разное число конфет, а общее число конфет у любых трех девочек больше, чем общее число конфет у остальных двух. Какое самое маленькое число конфет может быть у Кати?

- Все грани деревянного куба покрасили в красный цвет, а затем куб распилили на 64 одинаковых кубика, как показано на рисунке. Во сколько раз больше кубиков с хотя бы одной красной гранью, нежели кубиков, у которых нет окрашенных граней?
- Илья вышел из своего дома и пошёл по прямой дороге в соседний город со скоростью 6 км/ч. На середине пути в 21 км от дома стоит обелиск памяти лешего. Через сколько часов Илья может оказаться ровно в 3 км от обелиска?
- Найдите число K , если 55 % от K равны $3/4$ от числа $(26 - K)$.
- В карусель играют 36 шестиклассников. Каждый из них любит поесть, поспать или порешать задачи. Причём 20 из них любят поесть, 21 — поспать, 23 — порешать задачи, 10 — и поесть, и порешать задачи, 12 — и поесть, и поспать, 9 — и поспать, и порешать задачи. Сколько шестиклассников любят и поесть, и поспать, и порешать задачи?
- Петя нарисовал систему координат, взяв за единичный отрезок длины 0,5 см, и отметил на ней точки А $(3; 4)$, В $(-3; 4)$, С $(-3; -4)$. Сколько кв. см составляет площадь треугольника ABC ?
- В корзине лежат шары семи цветов. Красных и оранжевых — 28, оранжевых и жёлтых — 37, жёлтых и зелёных — 25, зелёных и голубых — 31, голубых и синих — 39, синих и фиолетовых — 26, фиолетовых и красных — 22. Сколько всего шаров лежит в корзине?



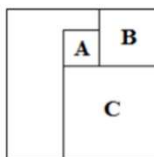
Математическая вертикаль, 6 класс (3 апреля 2020)

Задания карусели. Ответы и указания

1. Вычислите значение выражения с модулями: $-|-4|: \left| -1\frac{1}{3} \right|$

Ответ: -3.

2. Внутри большого квадрата содержатся квадраты А, В, С, как показано на рисунке справа. Периметр квадрата А равен 12 см и составляет $\frac{3}{5}$ от периметра квадрата В. Сколько кв. см составляет площадь большого квадрата?



Ответ: 169.

3. Петя нарисовал координатную ось (горизонтальную, направленную слева направо) и отметил на ней точки А $(-1/2)$, В $(-1/3)$, С $(1/2)$, D $(1/3)$. В каком порядке (слева направо) следуют эти точки?

- (1) А, В, С, D
(2) В, А, С, D
(3) А, В, D, С
(4) В, А, D, С
(5) С, D, А, В

Ответ: 3.

4. Про число N известно, что сумма цифр числа N больше, чем у любого из 100 следующих за ним натуральных чисел, причём само число N — наименьшее из натуральных чисел, обладающих таким свойством. Чему равно N ?

Ответ: 999

Решение. У каждого из чисел 1000, ..., 1099 сумма цифр не более $1 + 0 + 9 + 9 = 19$. Поэтому число 999 обладает нужным свойством. Числа от 1 до 98 нужным свойством не обладают по причине наличия среди 100 следующих за ними числа 99, числа от 99 до 198 — из-за числа 199, числа от 199 до 298 — из-за числа 299, ..., числа от 899 до 998 — из-за числа 999.

5. Упростите выражение $\frac{7}{9}(1,8y - 2,7) + 0,6(2 - 3y)$

и найдите его значение при $y = -1\frac{3}{4}$.

Ответ: -0,2

6. В корзинке у Красной Шапочки лежит меньше 100 пирожков. Их можно поровну раздать двум, трем или пяти детям, но нельзя раздать поровну четырем детям. Сколько пирожков в корзинке?

Ответ: 30 или 90.

Указание. Искомое число делится на НОК $(2; 3; 5) = 30$, но не делится на 4.

7. Ваня записал несократимую обыкновенную дробь, у которой сумма числителя и знаменателя равна N . Он умножил ее на $1001/2020$, затем полученную дробь разделил на $50/101$, после этого результат умножил на 3 и к полученному числу прибавил 4. В результате он получил 7. Найдите N .

Ответ: 2001.

Указание. Происходило следующее:

$$\frac{1000}{1001} \rightarrow \frac{1000}{1001} \cdot \frac{1001}{2020} = \frac{1000}{2020} = \frac{50}{101} \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 7.$$

Это можно определить, раскручивая эту цепочку с конца.

8. В верном равенстве равные цифры заменили одинаковыми буквами, а разные — разными. Получили $ЯК^2 = ЯЗЫК$. Какое число заменили словом ЯК?

Ответ: 95 или 96.

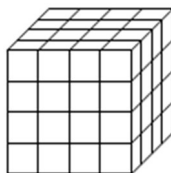
Указание. Двухзначное число ЯК не менее 32, иначе его квадрат не является четырёхзначным. При возведении в квадрат последняя цифра не меняется, если она равна 0, 1, 5 или 6. Значит, в каждом десятке, начиная с 30, можно проверить 4 числа. Подходят только $95^2 = 9025$, $96^2 = 9216$.

9. Катя и четыре ее подружки разделили между собой несколько конфет. В результате оказалось, что у всех девочек разное число конфет, а общее число конфет у любых трех девочек больше, чем общее число конфет у остальных двух. Какое самое маленькое число конфет может быть у Кати?

Ответ: 5.

Указание. Если у девочек было $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5$ конфет, то $a_1 + a_2 + a_3 > a_4 + a_5 \geq (a_2 + 2) + (a_3 + 2)$, откуда $a_1 > 4$. Вариант 5, 6, 7, 8, 9 уже подходит.

10. Все грани деревянного куба покрасили в красный цвет, а затем куб распилили на 64 одинаковых кубика, как показано на рисунке. Во сколько раз больше кубиков с хотя бы одной красной гранью, нежели кубиков, у которых нет окрашенных граней?



Ответ: 7.

Указание: всего $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ кубиков, неокрашенных — $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$, искомое число равно $(64 - 8) : 8 = 7$.

11. Илья вышел из своего дома и пошёл по прямой дороге в соседний город со скоростью 6 км/ч. На середине пути в 21 км от дома стоит обелиск памяти лешего. Через сколько часов Илья может оказаться ровно в 3 км от обелиска?

Ответ: 3 или 4.

Указание. Можно оказаться в 3 км от обелиска, не дойдя до него или уже пройдя мимо его.

12. Найдите число K , если 55 % от K равны $3/4$ от числа $(26 - K)$.

Ответ: 15.

Указание. Так как $3/4$ — это 75%, то $0,55K = 0,75(26 - K)$, откуда $1,3K = 0,75 \cdot 26$ или $13K = 7,5 \cdot 26$, $K = 7,5 \cdot 2 = 15$.

13. В карусель играют 36 шестиклассников. Каждый из них любит поесть, поспать или порешать задачи. Причём 20 из них любят поесть, 21 — поспать, 23 — порешать задачи, 10 — и поесть, и порешать задачи, 12 — и поесть, и поспать, 9 — и поспать, и порешать задачи. Сколько шестиклассников любят и поесть, и поспать, и порешать задачи?

Ответ: 3

Указание: согласно формуле включения-исключения получаем:

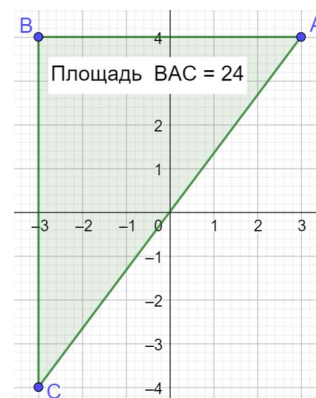
$$20 + 21 + 23 - 10 - 12 - 9 + X = 36,$$

$$X = 3.$$

14. Петя нарисовал систему координат, взяв за единичный отрезок длины 0,5 см, и отметил на ней точки $A(3; 4)$, $B(-3; 4)$, $C(-3; -4)$. Сколько кв. см составляет площадь треугольника ABC ?

Ответ: 6.

Указание. На рисунке изображен треугольник. Его площадь — половина прямоугольника 6×8 (если считать в единичных отрезках системы координат), то есть 24. Так как единичный отрезок — 0,5 см, то для перевода в кв. см надо умножить площадь на $0,5^2$; $24 \cdot 0,5^2 = 6$.



15. В корзине лежат шары семи цветов. Красных и оранжевых — 28, оранжевых и жёлтых — 37, жёлтых и зелёных — 25, зелёных и голубых — 31, голубых и синих — 39, синих и фиолетовых — 26, фиолетовых и красных — 22. Сколько всего шаров лежит в корзине?

Ответ: 104.

Указание: $28 + 37 + 25 + 31 + 39 + 26 + 22 = 208$ — удвоенное количество шаров.