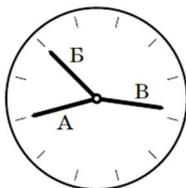


Блок 12. Задачи про часы

Подготовительное занятие

Часы со стрелкой

1. Сколько раз в сутки минутная стрелка совпадает с часовой стрелкой?
2. Сколько раз за сутки бывает момент, когда часовая и минутная стрелки правильно идущих часов образуют прямой угол?
3. Дима увидел в музее странные часы (см. рисунок). Они отличаются от обычных часов тем, что на их циферблате нет цифр и вообще непонятно, где у часов верх; да ещё секундная, минутная и часовая стрелки имеют одинаковую длину. Какое время показывали часы? (Стрелки А и Б на рисунке смотрят ровно на часовые отметки, а стрелка В чуть-чуть не дошла до часовой отметки.)



Электронные часы

4. Электронные часы Пети показывают часы и минуты в формате ЧЧ:ММ. Петя может в любой момент посчитать сумму цифр на этих часах (например, в 16:15 он получит $1 + 6 + 1 + 5 = 13$). В какой момент эта сумма будет наибольшей?
5. Электронные часы показывают время в формате ЧЧ:ММ:СС (например, 14:23:57). Каких секунд в сутках больше: тех, когда часы показывают, что минут больше, чем секунд (например, 04:45:14), или тех, когда минут меньше, чем секунд (например, 23:37:59)?
6. На городских электронных часах высвечивается время (часы и минуты) от 00:00 до 23:59. Сколько времени в сутки на этих часах хотя бы в одном месте высвечивается цифра 2?

Часы спешат и опаздывают

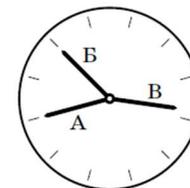
7. Ровно в 10 часов наши часы вдруг пошли в полтора раза быстрее и шли так, пока не стали показывать ровно 11 часов, после чего пошли в полтора раза медленнее обычных, пока не стали показывать 12 часов. Сколько в этот момент показывали обычные часы?
8. Миша с Машей назначили встречу, но у Миши часы спешат на 5 минут, хотя он считает, что они отстают на 5 минут. А у Маши, наоборот, часы отстают на 5 минут, а она думает, что они спешат на 5 минут. Кто придет на свидание раньше и на сколько?
9. Если бы сейчас было на два часа позже, то до полуночи оставалось бы в два раза меньше времени, чем если бы сейчас было на час позже. Сколько сейчас времени?

Блок 12. Задачи про часы

Подготовительное занятие

Часы со стрелкой

1. Сколько раз в сутки минутная стрелка совпадает с часовой стрелкой?
2. Сколько раз за сутки бывает момент, когда часовая и минутная стрелки правильно идущих часов образуют прямой угол?
3. Дима увидел в музее странные часы (см. рисунок). Они отличаются от обычных часов тем, что на их циферблате нет цифр и вообще непонятно, где у часов верх; да ещё секундная, минутная и часовая стрелки имеют одинаковую длину. Какое время показывали часы? (Стрелки А и Б на рисунке смотрят ровно на часовые отметки, а стрелка В чуть-чуть не дошла до часовой отметки.)



Электронные часы

4. Электронные часы Пети показывают часы и минуты в формате ЧЧ:ММ. Петя может в любой момент посчитать сумму цифр на этих часах (например, в 16:15 он получит $1 + 6 + 1 + 5 = 13$). В какой момент эта сумма будет наибольшей?
5. Электронные часы показывают время в формате ЧЧ:ММ:СС (например, 14:23:57). Каких секунд в сутках больше: тех, когда часы показывают, что минут больше, чем секунд (например, 04:45:14), или тех, когда минут меньше, чем секунд (например, 23:37:59)?
6. На городских электронных часах высвечивается время (часы и минуты) от 00:00 до 23:59. Сколько времени в сутки на этих часах хотя бы в одном месте высвечивается цифра 2?

Часы спешат и опаздывают

7. Ровно в 10 часов наши часы вдруг пошли в полтора раза быстрее и шли так, пока не стали показывать ровно 11 часов, после чего пошли в полтора раза медленнее обычных, пока не стали показывать 12 часов. Сколько в этот момент показывали обычные часы?
8. Миша с Машей назначили встречу, но у Миши часы спешат на 5 минут, хотя он считает, что они отстают на 5 минут. А у Маши, наоборот, часы отстают на 5 минут, а она думает, что они спешат на 5 минут. Кто придет на свидание раньше и на сколько?
9. Если бы сейчас было на два часа позже, то до полуночи оставалось бы в два раза меньше времени, чем если бы сейчас было на час позже. Сколько сейчас времени?

Блок 12. Задачи про часы

Подготовительное занятие. Указания, ответы и решения

Предлагаем занятие, составленное из задач на разные математические идеи. Они объединены тем, что все связаны с часами.

Часы со стрелкой

1. Сколько раз в сутки минутная стрелка совпадает с часовой стрелкой?

Ответ: 22 раза.

Решение. Первое совпадение в 00:00. Далее между 01:00 и 02:00, между 02:00 и 03:00, ..., между 10:00 и 11:00. К этому моменту 11 раз. Затем снова в 12:00 и всё повторится. Стрелки совпадут $2 \cdot 11 = 22$ раза.

Комментарий. Обратите внимание, что между любыми двумя подряд идущими совпадениями проходит одно и то же время. Оно не выражается целым числом минут и даже целым числом секунд, так как равно $24 : 22 = 12 : 11$ часа.

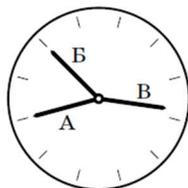
2. Сколько раз за сутки бывает момент, когда часовая и минутная стрелки правильно идущих часов образуют прямой угол?

Ответ: 44.

Указание. Можно так же, как и в задаче № 1, перебрать все такие моменты. В решении показан способ, основанный на результате задачи № 1.

Решение. Заметим, что между любыми двумя совпадениями часовой стрелки с минутной стрелкой возникает два момента, когда стрелки образуют прямой угол. Значит, таких моментов вдвое больше, то есть 44.

3. Дима увидел в музее странные часы (см. рисунок). Они отличаются от обычных часов тем, что на их циферблате нет цифр и вообще непонятно, где у часов верх; да ещё секундная, минутная и часовая стрелки имеют одинаковую длину. Какое время показывали часы? (Стрелки А и Б на рисунке смотрят ровно на часовые отметки, а стрелка В чуть-чуть не дошла до часовой отметки.)



Ответ: 04:50.

Решение. Если часовая стрелка стоит строго на делении, то минутная и секундная должны показывать на одно деление. Значит, стрелка В – часовая.

Если минутная стрелка показывает ровно на деление, то секундная показывает ровно на деление 12. Если бы стрелка А была секундной, то было бы 10 минут от

полного часа, то есть, часовая стрелка была бы близко к делению с другой стороны. Значит, стрелка Б секундная, а стрелка А минутная.

Теперь несложно понять, что на часах 4 часа, 50 минут и 0 секунд.

Электронные часы

4. Электронные часы Пети показывают часы и минуты в формате ЧЧ:ММ. Петя может в любой момент посчитать сумму цифр на этих часах (например, в 16:15 он получит $1 + 6 + 1 + 5 = 13$). В какой момент эта сумма будет наибольшей?

Ответ: 19:59.

Решение. Сумма цифр числа минут будет наибольшей, когда и первая, и вторая цифры будут наибольшими, то есть 5 и 9. В числе часов от 00 до 09 сумма цифр от 0 до 9, от 10 до 19 сумма цифр от 1 до 10, от 20 до 23 сумма цифр от 2 до 5. Значит, наибольшая сумма в 19 часов. Таким образом, наибольшая сумма цифр будет в 19:59.

5. Электронные часы показывают время в формате ЧЧ:ММ:СС (например, 14:23:57). Каких секунд в сутках больше: тех, когда часы показывают, что минут больше, чем секунд (например, 04:45:14), или тех, когда минут меньше, чем секунд (например, 23:37:59)?

Ответ: поровну.

Решение. Часы в ММ показывают от 00 до 59 и в СС показывают от 00 до 59. Значит, если в показаниях часов поменять местами ММ и СС, то часы будут показывать корректное время.

Поэтому, каждому показанию часов, когда $ММ > СС$, есть парное показание, в котором минуты и секунды поменялись местами (тогда $ММ < СС$). Например, 23:59:37 в пару пойдёт 23:37:59. Значит, показаний часов, когда $ММ > СС$, и показаний, когда $ММ < СС$, поровну.

6. На городских электронных часах высвечивается время (часы и минуты) от 00:00 до 23:59. Сколько времени в сутки на этих часах хотя бы в одном месте высвечивается цифра 2?

Ответ: 10 часов 30 минут.

Решение. Цифра 2 всё время присутствует на часах, когда в ЧЧ показывают 02, 12, 20, 21, 22 и 23 — уже 6 часов. В каждый из остальных 18 часов она присутствует на 2-й, 12-й, 32-й, 42-й и 52-й минутах, а ещё с 20-й по 29-ю минуту. Это ещё 15 минут в час, то есть четыре с половиной часа. Итого получаем 10 часов 30 минут.

Часы спешат и опаздывают

7. Ровно в 10 часов наши часы вдруг пошли в полтора раза быстрее и шли так, пока не стали показывать ровно 11 часов, после чего пошли в полтора раза медленнее обычных, пока не стали показывать 12 часов. Сколько в этот момент показывали обычные часы?

Ответ: 12:10.

Решение. Если часы шли в полтора раза быстрее, то 1 час у них прошёл за 40 минут. Они стали показывать 11 часов в 10:40. Если они пошли в полтора раза медленнее, то на них час прошёл за $1,5$ часа = 90 минут. Значит, они стали показывать 12 часов в 12:10 (через $40 + 90 = 130$ минут после 10:00).

8. Миша с Машей назначили встречу, но у Миши часы спешат на 5 минут, хотя он считает, что они отстают на 5 минут. А у Маши, наоборот, часы отстают на 5 минут, а она думает, что они спешат на 5 минут. Кто придет на свидание раньше и на сколько?

Ответ: Миша придёт раньше условленного времени на 10 минут.

Решение. Ответ не зависит от времени, когда ребята договорились встретиться.

Пусть ребята условились встретиться в 10:00. Тогда Миша, считая, что его часы отстают на 5 минут, придет в 9:55 по своим часам. В этот момент на самом деле будет 9:50 (так как часы на 5 минут спешат).

Маша, считая, что ее часы спешат на 5 минут, придет в 10:05 по своим часам. В этот момент на самом деле будет 10:10 (так как часы на 5 минут отстают). То есть Миша придет на 20 минут раньше Маши.

9. Если бы сейчас было на два часа позже, то до полуночи оставалось бы в два раза меньше времени, чем если бы сейчас было на час позже. Сколько сейчас времени?

Ответ: 21:00.

Решение. Рассмотрим два момента времени "на час позже" и "на два часа позже". Разница между ними составляет один час. С другой стороны, из условия, в эти моменты до полуночи остается время, отличающееся вдвое. То есть от момента "на два часа позже" остается час до полуночи, а от момента "на час позже" остается два часа до полуночи. Значит, сейчас 21:00.